

Introduction

La logique mathématique est une discipline qui compte un peu plus d'un siècle d'existence, c'est le système de « oui ou non », on l'obtient aussi dans l'expression célèbre de Shakespeare : « être ou ne pas être », il est su que la logique classique, aussi appelée logique bivalente eut prendre seulement deux valeurs $\{0, 1\}$, ou logique Booléenne de mathématicien britannique George Boole (1815-1864), a été nommé par le philosophe Quine 1981 « simplicité sucrée ». Mais cette logique binaire typique n'est pas sans problèmes.

En 1920, le philosophe polonais Jan Łukasiewicz introduisit la notion de la logique multivalente, et comme tout développement dans la logique mathématique s'associé en même temps d'un développement de l'algèbre

Moisil en 1940 introduisit la notion d'algèbre de Łukasiewicz comme modèle algébrique de la logique de Łukasiewicz.

La logique floue débute officiellement en 1965, avec la publication de l'article « Fuzzy sets » (ensembles flous), par Lotfi Zadeh dans la revue « information and control ». Lotfi Zadeh actuellement professeur

émérite à l'Université de Californie à Berkeley. Donc la logique floue intervient dans la manipulation de connaissances imparfaites.

Par la suite, Moisil dans son article : « Ensembles flous et logique à plusieurs valeurs » (Université de Montréal, mai 1973), il a mis en

lumière les relations existantes entre les structures floues au sens de Zadeh et les algèbres de Łukasiewicz.

Le but de ce mémoire est d'étudier l'algèbre trivalente de Łukasiewicz et son représentation par l'ensemble des parties floues.

Le mémoire est subdivisé en trois chapitres :

Dans le premier chapitre nous présentons quelques notions importantes de base de la théorie des ensembles ordonnés, des treillis et

des algèbres de Boole, et on présente les définitions et l'illustration des concepts utilisés dans les autres chapitres.

Dans le deuxième chapitre on étudie la sémantique de la logique de Łukasiewicz, la syntaxe de Wajsberg de la logique trivalente et l'algèbre trivalente de Łukasiewicz et ses propriétés fondamentales.

Dans le troisième chapitre nous allons présenter les structures floues, les parties floues, les niveaux de flou et la relation d'ordre sur l'ensemble des parties floues.

En fin, on étudie la représentation des algèbres trivalentes de Łukasiewicz par des structures floues.